

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

Praktikum III - Optika

Úloha č. 19

Název: Měření indexu lomu Jaminovým interferometrem

Pracoval: Matyáš Řehák stud.sk.: 13 dne: 13. 3. 2008

Odevzdal dne:

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	1
Výsledky měření	0 - 8	8
Diskuse výsledků	0 - 4	3
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	19

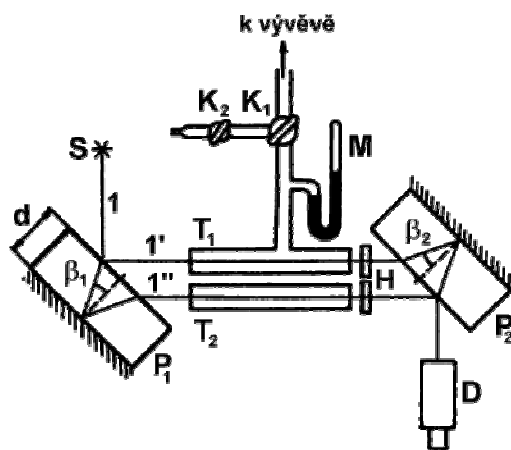
Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkol

- 1) Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku.
- 2) Závislost $n(p)$ zpracujte graficky. Vyneste také závislost $\lambda(n)$. Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresi.
- 3) Porovnáním tabelovaného n_{15,p_0} a změřeného n_{t,p_0} stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

Teorie (viz. [1])



Obrázek 1 – Jaminův interferometr (z [2])

Jaminův interferometr lze v uspořádání na obrázku 1 použít jako interferenční refraktometr k měření indexu lomu. Skládá se ze dvou rovnoběžných desek P_1 a P_2 se shodnou tloušťkou d a se shodným indexem lomu. Pokud dopadá na interferometr monochromatický svazek ze zdroje S , částečně se odráží jako $1'$ a částečně láme jako $1''$. Tyto paprsky dopadají na druhou desku, kde se stejným způsobem lámou resp. odráží. Do dalekohledu D dopadají paprsky s dráhovým rozdílem:

$$\delta_0 = 2Nd(\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (1)$$

kde význam úhlů β_1 a β_2 je zřejmý z obrázku 1 a N je index lomu desek. Pokud jsou desky rovnoběžné, je dráhový rozdíl nulový. Při osvětlení plošným zdrojem monochromatického světla je možné v dalekohledu sledovat proužky stejného sklonu. Pokud je d dostatečně vysoké lze do dráhy paprsků vložit květy T_1 a T_2 délky l naplněné plyny s indexy lomu N_1 , N_0 . Pak bude dráhový rozdíl:

$$\delta_1 = \delta_0 + l(N_1 - N_0). \quad (2)$$

Pokud v první květetě změním index lomu, v našem případě změnou tlaku, z N_1 na N_2 , bude dráhový rozdíl:

$$\delta_2 = \delta_0 + l(N_2 - N_0) \quad (3)$$

A změna dráhového rozdílu bude:

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = l(N_2 - N_1). \quad (4)$$

Při dostatečně malé spojitě změně tlaku lze δ určit z počtu k proužků, jež projdou nitkovým křížem dalekohledu:

$$\delta = k\lambda, \quad (5)$$

kde λ je vlnová délka použitého světla. Pokud známe N_1 , lze N_2 určit jako:

$$N_2 = N_1 + \frac{k\lambda}{l}, \quad (6)$$

což přechází v našem případě vyčerpané kyvety na:

$$N_2 = 1 + \frac{k\lambda}{l}. \quad (7)$$

Dle [3] platí pro závislost indexu lomu vzduchu na teplotě:

$$N_{t,p} - 1 = (N_{t_0,p_0} - 1) \frac{(1 + 15\gamma)p}{(1 + \gamma)p_0}, \quad (8)$$

kde t_0 a p_0 jsou teplota a tlak vzduchu za standardních podmínek a γ je teplotní součinitel objemové roztažnosti vzduchu. Teplotu lze tedy vypočítat jako:

$$t = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{(N_{t_0,p_0} - 1)(1 + 15\gamma)p}{(N_{t,p} - 1)p_0} - 1 \right). \quad (9)$$

Závislost vlnové délky na indexu lomu je:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{N}, \quad (10)$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vakuu.

Výsledky měření

Vlnová délka použitého světla (sodíková výbojka): $\lambda = 589,30$ nm (za normálních podmínek

$t_0 = 15$ °C, $p_0 = 101,325$ kPa

Délka kyvety $l = 50$ cm

Teplota v laboratoři: $t = (23,5 \pm 0,5)$ °C

Tlak vzduchu v laboratoři: $p = (99,5 \pm 0,1)$ kPa

$N_{t_0,p_0} - 1 = (277,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$ (určeno z tabelovaných hodnot v [3] interpolací pro $\lambda = 589,3$ nm.

$\gamma = 3670 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Tabulka 1: Hodnoty talku v závislosti na počtu proužků

k	p [kPa]	p [kPa]	p [kPa]	p [kPa]	$(N-1) \cdot 10^6$	$\sigma_{(N-1)} \cdot 10^6$
0	0,2	0,3	0,4	0,3	0	1
10	4,6	4,7	4,7	4,9	12	1
20	9,1	9,1	9,3	9,5	24	1
30	13,7	13,7	13,7	14,0	35	1
40	18,7	18,1	18,2	18,4	47	1
50	23,5	22,6	22,7	22,9	59	1
60	28,5	27,1	27,1	27,4	71	1
70	33,3	32,1	31,7	31,8	82	1
80	37,3	36,5	36,2	36,4	94	2
90	42,3	41,0	40,7	40,8	106	2
100	46,8	45,6	45,1	45,3	118	2
110	51,5	50,0	49,7	49,8	130	2
120	55,3	54,8	54,5	54,3	141	2
130	59,6	59,3	58,9	58,6	153	2
140	64,1	63,8	63,4	63,2	165	2
150	68,7	68,3	67,9	67,7	177	2
160	73,6	72,8	72,3	72,1	188	2
170	78,1	77,2	76,8	76,6	200	2
180	83,0	81,8	81,3	81,1	212	2
190	87,5	86,2	85,7	85,6	224	3
200	91,9	90,6	90,1	90,0	236	3
210	96,5	95,1	94,7	94,5	247	3
217	99,5				256	3
219		99,5			258	3
220			99,0	98,9	259	3
221			99,5	99,5	260	3

k – počet proužků, chyba odečtu odhadnuta na 0,5, neboť měly nenulovou šířku
 p – tlak v jedné z kyvet, chyba odečtení hodnoty z manometru odhadnuta jako 0,1 kPa
 N – index lomu ve vyčerpané kyvetě dle vztahu (7), tento vztah byl použit přes nenulový tlak při začátku měření, jež však nepřesáhl posuv o jeden proužek
 σ_N – chyba indexu lomu určená přenosem chyb ze (7), chyba l odhadnuta na 0,5 cm

Na naměřené hodnoty jsem použil lineární regresi ve tvaru $N-1 = ap + b$, parametry jsou uvedeny v tabulce 2.

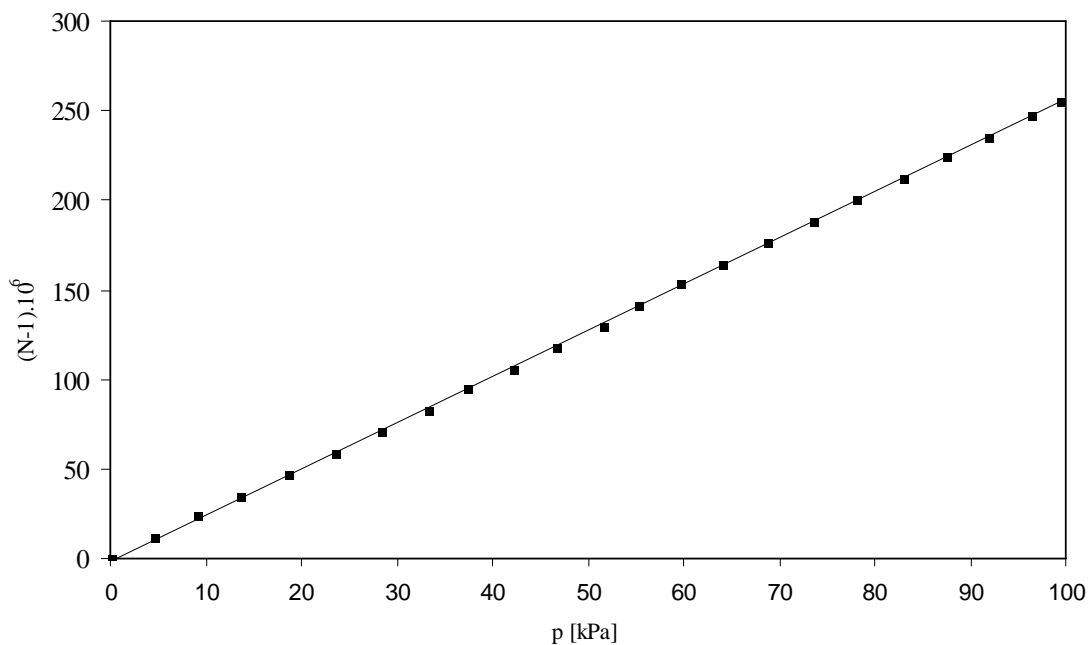
Tabulka 2 – Regresní koeficienty

$a \cdot 10^9$ [Pa ⁻¹]	$\sigma_a \cdot 10^9$ [Pa ⁻¹]	$b \cdot 10^6$	$\sigma_b \cdot 10^6$
2,574	0,007	-1,2	0,4
2,598	0,003	-0,4	0,2
2,620	0,002	-0,7	0,1
2,631	0,001	-1,3	0,7

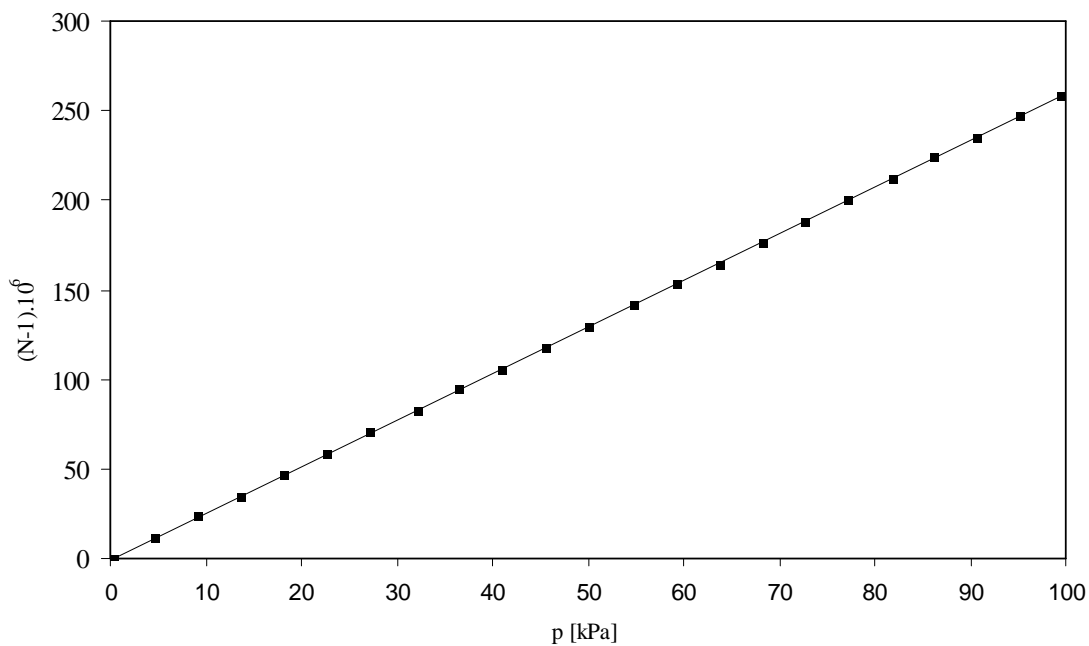
σ – odchylka regrese

Parametr b , jež udává nepřesnost určení indexu lomu při prvním měření způsobenou nenulovým tlakem, neovlivňuje směrnici a a proto nebude uvažován. Výsledná směrnice je určena jako vážený průměr směrnic z jednotlivých měření jako $(2,619 \pm 0,007) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$.
To je správně, ale pak těžko může mít tuhle chybu. Jak jste dospěl k číslu 0,007?

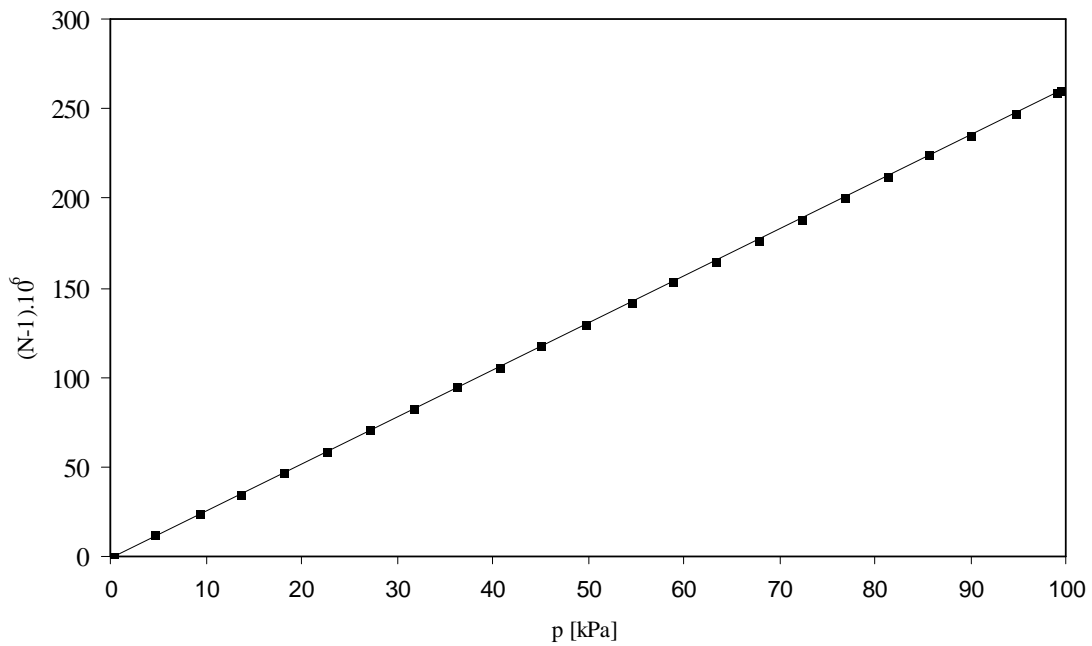
Graf 1: Závislost indexu lomu na tlaku, 1. měření



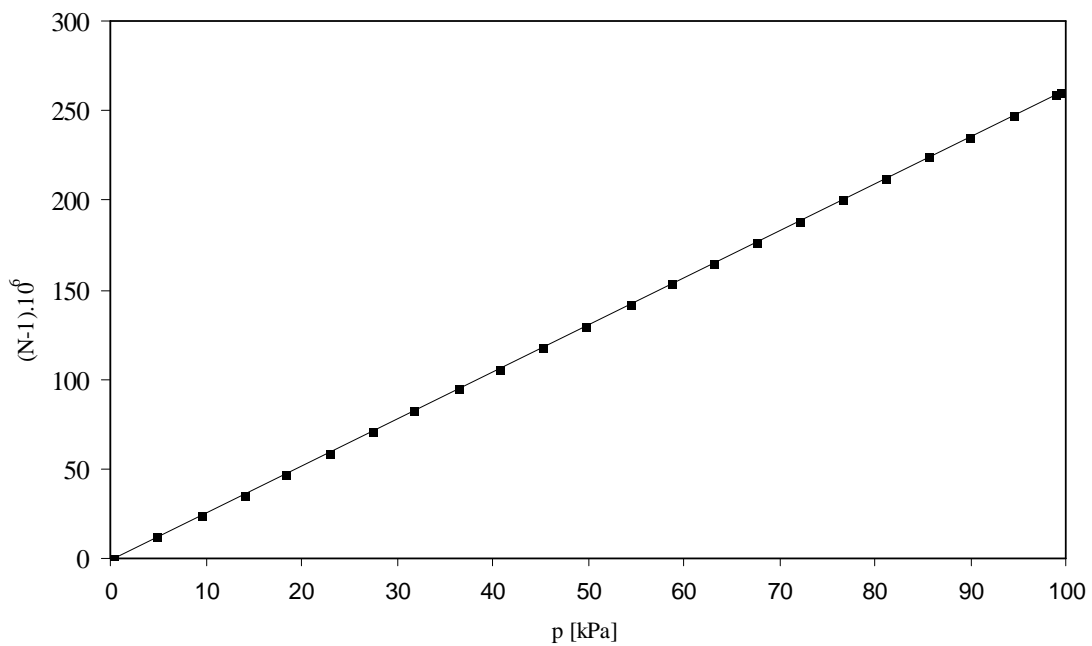
Graf 2: Závislost indexu lomu na tlaku, 2. měření



Graf 3: Závislost indexu lomu na tlaku, 3. měření



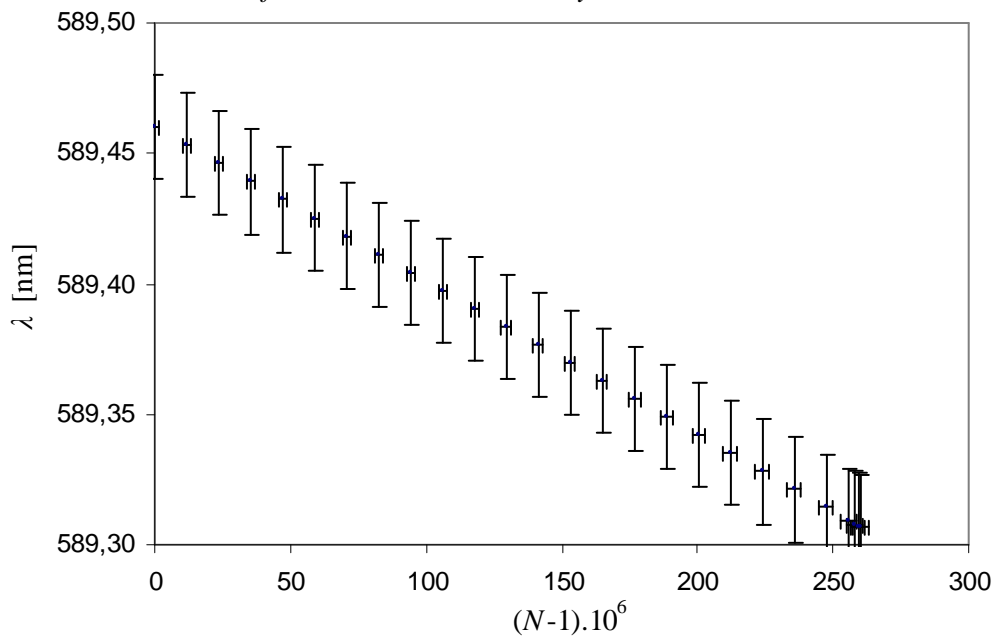
Graf 4: Závislost indexu lomu na tlaku, 4. měření



Chyby v grafech 1-4 jsou menší než velikost bodů.

Ze vztahu (10) je určena vlnová délka světla sodíkové výbojky ve vakuu. Je použit index lomu odpovídající tlaku a teplotě, pro které je v návodu k úloze uvedena vlnová délka. Tedy $\lambda_0 = (589,46 \pm 0,02)$ nm. Chyba pochází z určení indexu lomu.

Graf 5: Závislost vlnové délky na indexu lomu



Teplota v místnosti (přesněji v kyvetě) byla určena podle vztahu (9) jako $t = (30,6 \pm 3,5)^\circ\text{C}$. Chyba je určena přenesením chyb ze zmíněného vztahu.

Diskuse

Projevila se v záporných hodnotách parametru b

Při vpouštění vzduchu do kyvety bylo obtížné zastavit střed nitkového kříže přesně na proužku, navíc tyto měly nenulovou šířku, proto, jak již bylo uvedeno, jsem odhadl chybu odečítání na 0,5 proužku. Rovněž bylo poměrně obtížné vpouštět vzduch dostatečně pomalu, aby se proužky nepohybovaly příliš rychle, toto mohlo způsobit chybně spočtený počet proužků. Toto je vidět v tabulce 1, kde je mezi nulovým a atmosférickým tlakem při jednotlivých měřeních různý počet proužků. Jak je vidět z následujícího zpracování, nemělo to příliš velký vliv na přesnost výsledků.

Soustava spojená s kyvetou nebyla tlakotěsná a proto do ni při nízkém tlaku vnikal vzduch i při zavřeném ventilu, jak je vidět v tabulce 2, rovněž tato chyba neměla velký vliv.

Podle očekávání se závislost indexu lomu na tlaku, jak je vidět v grafech 1–4, ukázala jako lineární. Stejně tak závislost vlnové délky světla na indexu lomu znázorněná v grafu 5. Teplota v laboratoři naměřená teploměrem ($23,5 \pm 0,5$) °C je nižší než vypočtená ze vztahu (9) ($30,6 \pm 3,5$) °C. To je očekávané, neboť byla vypočtena teplota v kyvetě, jež je zahřívána výbojkou.

Zde by bylo potřeba říci, že chyby λ na grafu 5 nejsou statistické chyby, ale představují systematickou chybu způsobenou tím, že neznáme dostatečně přesně index lomu ve vzduchu za normálních podmínek.

Závěr

Změřil jsem závislost indexu lomu na tlaku vzduchu, zanesl ji do grafů 1–4 a zpracoval lineární regresí. Směrnici a ve vztahu $N-1 = ap$ jsem určil jako $(2,619 \pm 0,007) \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$. Závislost vlnové délky na indexu lomu je vyneslo do grafu 5. Pomocí vztahu (9) jsem vypočetl teplotu v kyvetě jako $(30,6 \pm 3,5)^\circ\text{C}$.

Literatura

[1] I. Pelant, V. Kohlová, J. Fiala, J. Pospíšil, J. Fährnich: Fyzikální praktikum III: Optika, Matfyzpress, Praha 2005

[2] studijní text na <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>

[3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980