

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## Praktikum III - Optika

Úloha č. 13

Název: Vlastnosti rentgenového záření

Pracoval: Matyáš Řehák stud.sk.: 13 dne: 3. 4. 2008

Odevzdal dne: .....

Omyl v teoretické části a následně chyba v určení konstanty stínění pro čáru  $K_{\beta}$ .

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	1
Výsledky měření	0 - 8	7
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
<b>Celkem</b>	max. 20	19

Posuzoval:.....

dne: .....

## Pracovní úkol

- 1) Ze zadané hustoty krystalu fluoridu lithného určete vzdálenost  $d$  hlavních atomových rovin.
- 2) Proměřte úhlovou závislost intenzity difraktovaného rentgenového záření při pevné orientaci krystalu.
- 3) Proměřte spektrum rentgenového záření při konstantním anodovém napětí rentgenky  $U_a=20\text{kV}$ .
- 4) Z mezní hodnoty energie spojitého spektra určete Planckovu konstantu, porovnejte s tabelovanou hodnotou. Určete vlnové délky čar  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  (porovnejte s tabelovanými hodnotami), spočítejte jejich vlnočty a odpovídající energetické rozdíly vyjádřete v keV. Určete konstanty stínění.

## Teorie (viz. [1])

Rentgenové záření vzniká v rentgenové trubici. V evakuované baňce jsou umístěny elektrody. Elektrony emitované z katody jsou urychlovány anodovým napětím  $U_a$  a dopadají na anodu, kde vzniká rentgenové záření. Toto záření lze rozložit na dvě složky – brzdné a charakteristické.

Brzdné, jež má spojité spektrum, vzniká při brzdění dopadajících elektronů atomy na povrchu anody. Pro vlnové délky menší než  $\lambda_m$ , mezní vlnové délky, je jeho intenzita nulová, protože by pro jeho vznik byla potřeba energie větší než je energie dopadajícího elektronu. Platí

$$hf_m = \frac{hc}{\lambda_m} = eU_a, \quad (1)$$

kde  $h$  je Planckova konstanta,  $f_m$  mezní frekvence,  $c$  rychlost světla a  $e$  elementární náboj. S použitím tohoto vztahu lze z naměřených hodnot  $\lambda_m$  a  $U_a$  určit hodnotu Planckovy konstanty.

Charakteristické záření má diskrétní (čárové) spektrum a závisí na chemickém složení anody. Vzniká, pokud dopadající elektrony vyrazí některý z elektronů nižších energetických hladin atomů anody na vyšší hladinu, přičemž uvolněné místo je zaplněno elektronem z vyšší hladiny, jenž vyzáří foton charakteristického záření. Čára  $K_\alpha$  odpovídá přeskoku z hladiny s kvantovým číslem  $n = 2$  na hladinu  $n = 1$ ,  $K_\beta$  přeskoku z  $n = 3$  na  $n = 2$ . Z Bohrovy teorie atomu vyplývá vztah pro vlnočty fotonu ( $K_\alpha$ ):

$$\nu_{12} = R(Z - s)^2 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (2)$$

kde  $R$  je Rydbergova konstanta,  $Z$  atomové číslo a  $s$  stínící konstanta, jež vyjadřuje odstínění pole jádra elektronovým obalem.

Při difrakci rentgenového záření na krystalu platí pro interferenční maxima Braggova podmínka:

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (3)$$

kde  $d$  je vzdálenost atomových rovin,  $\theta$  úhel doplňkový k úhlu dopadu,  $k$  řád interference a  $\lambda$  vlnová délka.

Pro krystal LiF s plošně centrovanou kubickou mřížkou platí pro vzdálenost atomových rovin:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{Li} + M_F}{2N_A\rho}}, \quad (4)$$

ke  $M$  je relativní atomová hmotnost,  $\rho$  hustota LiF a  $N_A$  Avogadrova konstanta.

## Výsledky měření

Ze vztahu (4) jsem při použití  $M_{Li} = 6,9410 \text{ g.mol}^{-1}$ ,  $M_F = 18,998 \text{ g.mol}^{-1}$ ,  $\rho = 2601 \text{ kg.m}^{-3}$  a  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  (vše z příložených materiálů při úloze) určil  $d = 0,2023 \text{ nm}$ .

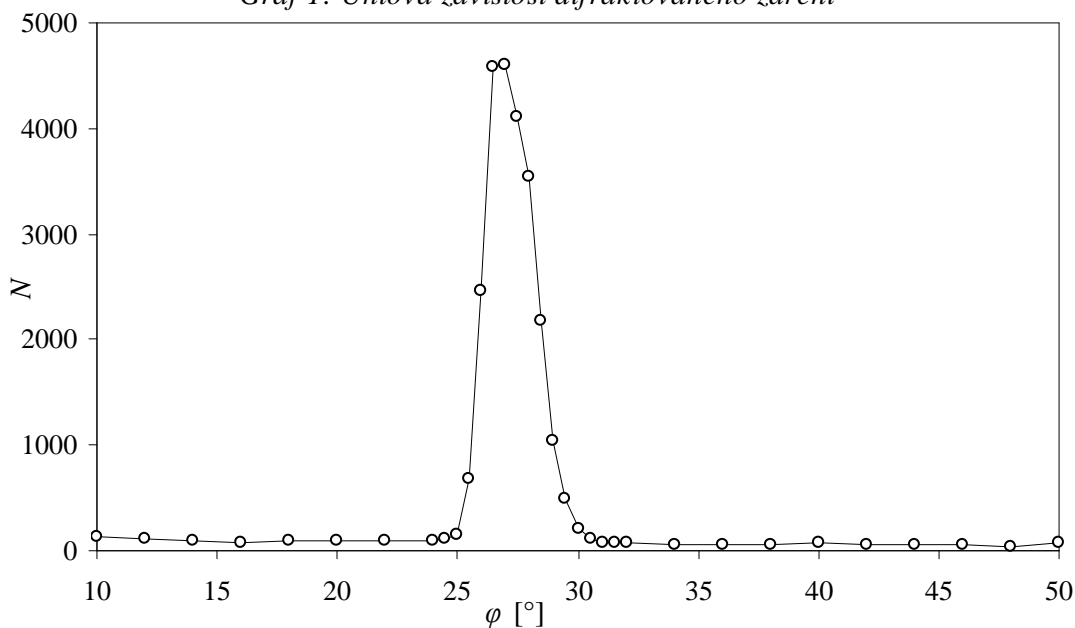
Anodové napětí bylo pomocí mikroampérmetru a děliče napětí udržováno na  $(20,0 \pm 1,4) \text{ kV}$ . (dílek mikroampérmetru  $20 \mu\text{A}$ , rozsah  $600 \mu\text{A}$ , třída přesnosti 1,5, odhad chyby odečtu  $0,25$  dílku, tedy  $I = (200 \pm 14) \mu\text{A}$ ,  $R = 100 \text{ M}\Omega$ ).

Tabulka 1: Úhlová závislost pro pevnou pozici krystalu ( $\theta = 14^\circ$ )

$\varphi$ [°]	$N$	$\varphi$ [°]	$N$	$\varphi$ [°]	$N$
10,0	138	26,0	2469	31,5	72
12,0	116	26,5	4577	32,0	68
14,0	103	27,0	4596	34,0	56
16,0	71	27,5	4103	36,0	53
18,0	91	28,0	3540	38,0	53
20,0	94	28,5	2171	40,0	77
22,0	95	29,0	1041	42,0	56
24,0	99	29,5	494	44,0	61
24,5	118	30,0	205	46,0	56
25,0	156	30,5	109	48,0	45
25,5	677	31,0	75	50,0	67

$\varphi$  je úhel natočení detektoru, chybu natočení  $\varphi$  i  $\theta$  odhaduji na  $0,5^\circ$ , což je polovina dílku stupnice.  $N$  je počet detekovaných částic za 40 s, jež je úměrný intenzitě záření. Maximum intenzity je při  $\varphi = (27,0 \pm 0,5)^\circ$ , což přibližně odpovídá Braggově podmínce (3).

Graf 1: Úhlová závislost difraktovaného záření

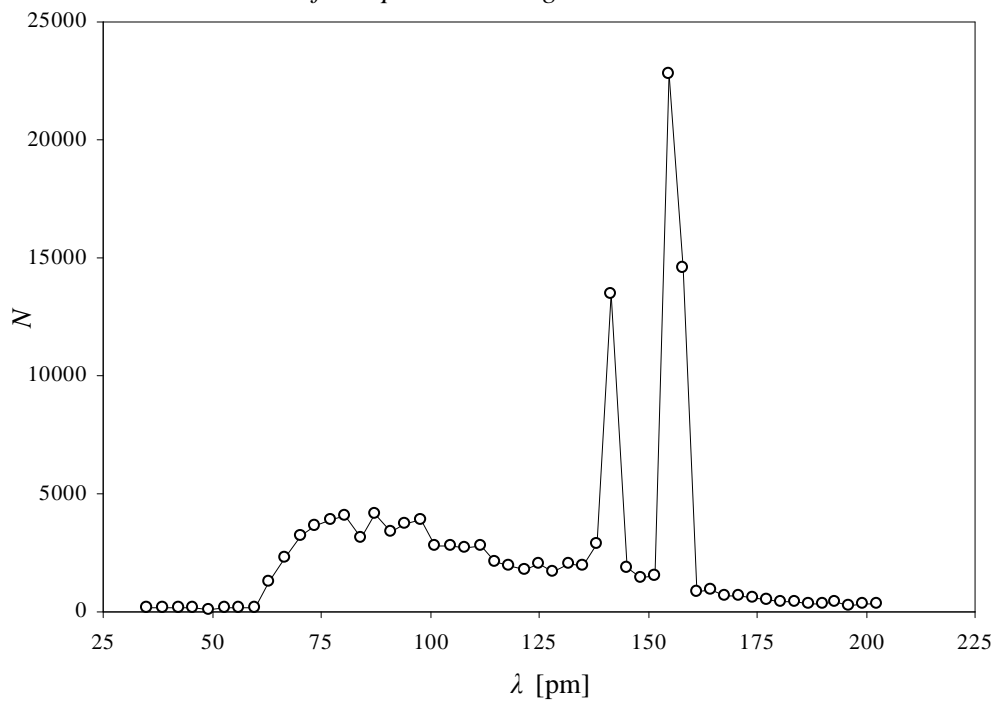


Tabulka 2: Spektrum rentgenového záření

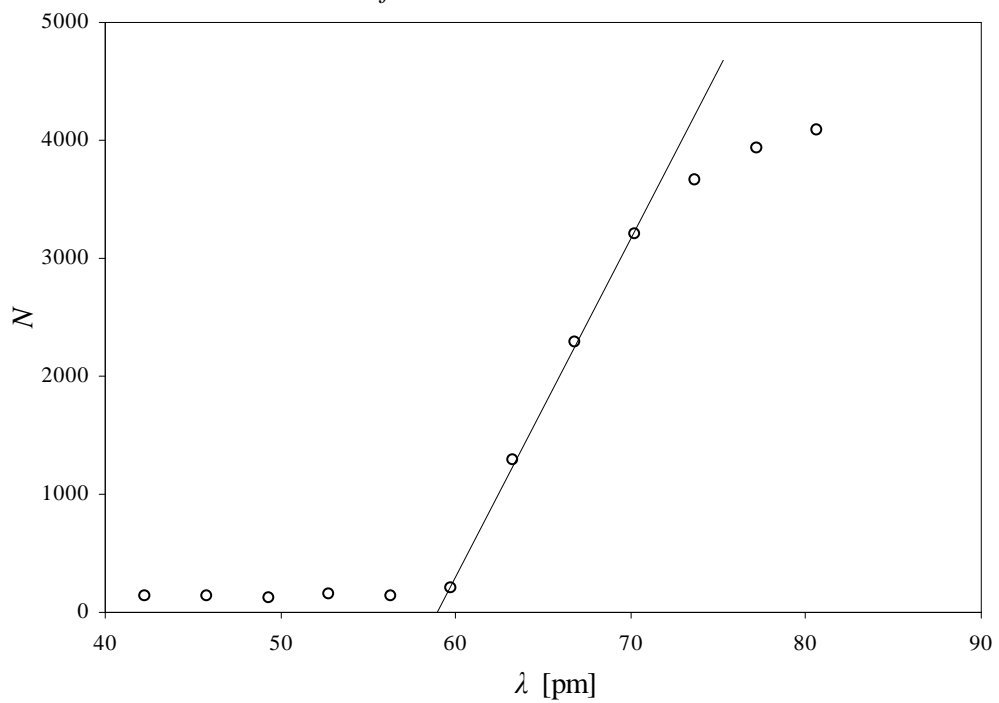
$\theta$ [°]	$N$	$\lambda$ [pm]	$\sigma_\lambda$ [pm]	$\theta$ [°]	$N$	$\lambda$ [pm]	$\sigma_\lambda$ [pm]	$\theta$ [°]	$N$	$\lambda$ [pm]	$\sigma_\lambda$ [pm]
5,0	173	35,26	0,06	13,5	3705	94,45	0,06	22,0	1566	151,57	0,06
5,5	135	38,78	0,06	14,0	3909	97,88	0,06	22,5	22815	154,83	0,06
6,0	139	42,29	0,06	14,5	2776	101,30	0,06	23,0	14575	158,09	0,06
6,5	137	45,80	0,06	15,0	2770	104,72	0,06	23,5	854	161,33	0,06
7,0	123	49,31	0,06	15,5	2694	108,12	0,06	24,0	932	164,57	0,06
7,5	152	52,81	0,06	16,0	2779	111,52	0,06	24,5	690	167,78	0,06
8,0	135	56,31	0,06	16,5	2081	114,91	0,06	25,0	648	170,99	0,06
8,5	205	59,80	0,06	17,0	1983	118,29	0,06	25,5	617	174,18	0,06
9,0	1295	63,29	0,06	17,5	1740	121,67	0,06	26,0	510	177,36	0,06
9,5	2294	66,78	0,06	18,0	2041	125,03	0,06	26,5	453	180,53	0,06
10,0	3197	70,26	0,06	18,5	1729	128,38	0,06	27,0	460	183,68	0,05
10,5	3654	73,73	0,06	19,0	2010	131,72	0,06	27,5	374	186,82	0,05
11,0	3935	77,20	0,06	19,5	1910	135,06	0,06	28,0	362	189,95	0,05
11,5	4091	80,66	0,06	20,0	2919	138,38	0,06	28,5	388	193,06	0,05
12,0	3162	84,12	0,06	20,5	13463	141,69	0,06	29,0	284	196,15	0,05
12,5	4173	87,57	0,06	21,0	1885	145,00	0,06	29,5	305	199,23	0,05
13,0	3369	91,02	0,06	21,5	1453	148,29	0,06	30,0	368	202,30	0,05

$\theta$  je úhel natočení krystalu, takže  $\varphi = 2\theta$ , aby bylo vyhověno podmínce (3) pro interferenční maximum.  $N$  viz tabulka 1.  $\lambda$  je vlnová délka záření určená ze vztahu (3)  $\sigma_\lambda$  její chyba určená přenosem chyb ze vztahu (3) a pocházející od chyby určení  $\theta$ , tedy  $0,5^\circ$ .

Graf 2: Spektrum rentgenového záření



Graf 3: Mezní vlnová délka



Z grafu 3 jsem lineární regresí určil mezní vlnovou délku  $\lambda_m = (58,9 \pm 2,6)$  pm. Ze vztahu (1) jsem určil hodnotu Planckovy konstanty  $h = (6,30 \pm 0,52) \cdot 10^{-34}$  J.s, chyba je určena přenesením chyb ze vztahu (1). Z peaků v grafu 2 jsem určil vlnové délky čar  $\lambda_{K_\alpha} = (155 \pm 2)$  pm,  $\lambda_{K_\beta} = (142 \pm 2)$  pm, tedy odpovídající vlnočty jsou  $\nu_{K_\alpha} = (6,45 \pm 0,08) \cdot 10^9$  m<sup>-1</sup>,  $\nu_{K_\beta} = (7,04 \pm 0,08) \cdot 10^9$  m<sup>-1</sup>. Energetické rozdíly jsou při použití tabelované hodnoty  $h$  z [2]  $E_{K_\alpha} = (8,0 \pm 0,1)$  keV,  $E_{K_\beta} = (8,7 \pm 0,1)$  keV. Stínící konstanty byly vypočteny ze vztahu (2), hodnotu Rydbergovy konstanty jsem použil z [2], anoda byla z mědi ( $Z = 29$ ),  $s_{K_\alpha} = (1,0 \pm 0,1)$ ,  $s_{K_\beta} = (8,7 \pm 0,1)$ .

Tohle je nesmyslná hodnota, asi plyne z omylu v teoretické části, že  $K_\beta$  odpovídá přechodu  $n = 3 \rightarrow n = 2!$

## Diskuse

Největšími zdroji chyb přiměření bylo nastavení anodového napětí a odečtení polohy krystalu a Geiger-Müllerova počítače na goniometru. Relativní chybu nastavení napětí jsem určil jako 7 %. Chybu odečtení polohy ukazatele na goniometru odhaduji na 0,5°. Chyba měření počtu částic není známa a ani není pro výsledek našeho měření podstatná.

Při měření intenzity záření (již ztotožňuji s počtem zaznamenaných částic) při nastavení krystalu pod úhlem 14° se naměřená závislost do značné míry shoduje s Braggovou rovnicí, maximum bylo při úhlu detektoru  $(27,0 \pm 0,5)^\circ$ , přičemž podmínka pro interferenční maximum dává 28°. Tento rozdíl přičítám nepřesnému nastavení úhlů na goniometru a také možnosti, že krystal resp. Geiger-Müllerův počítač nebyly umístěny zcela přesně paralelně s ukazateli na goniometru. Při úhlech mimo maximum byla naměřena nenulová intenzita záření, což je způsobeno přirozeným pozadím (kosmické záření aj.).

V naměřeném spektru byla nalezena hodnota mezní vlnové délky, jež byla použita k výpočtu Planckovy konstanty  $h = (6,30 \pm 0,52) \cdot 10^{-34}$  J.s, což v rámci chyby odpovídá tabulkovým [2] hodnotám, tedy  $h \approx 6,626176 \cdot 10^{-34}$  J.s. Ve spektru jsou dle očekávání výrazné čáry  $K_\alpha$  a  $K_\beta$ , jejichž vlnové délky jsem určil jako  $(155 \pm 2)$  pm, resp.  $(142 \pm 2)$  pm, v [2] jsou jejich hodnoty 0,1541838 resp. 0,1392218, což u čáry  $K_\alpha$  v rámci chyby odpovídá, u  $K_\beta$  se naměřená hodnota tabulkové velmi blíží.

## Závěr

Vypočtená vzdálenost atomových rovin krystalu LiF je  $d = 0,2023$  nm. Proměřil jsem úhlovou závislost difraktovaného záření a vynesl ji do grafu 1. Změřil jsem spektrum rentgenového záření a vynesl jej do grafu 2. Spočetl jsem hodnotu Planckovy konstanty jako  $h = (6,30 \pm 0,52) \cdot 10^{-34}$  J.s. Určil jsem vlnové délky spektrálních čar  $\lambda_{K_\alpha} = (155 \pm 2)$  pm,  $\lambda_{K_\beta} = (142 \pm 2)$  pm, odpovídající vlnočty  $\nu_{K_\alpha} = (6,45 \pm 0,08) \cdot 10^9$  m<sup>-1</sup>,  $\nu_{K_\beta} = (7,04 \pm 0,08) \cdot 10^9$  m<sup>-1</sup>, energie  $E_{K_\alpha} = (8,0 \pm 0,1)$  keV,  $E_{K_\beta} = (8,7 \pm 0,1)$  keV a konstanty stínění  $s_{K_\alpha} = (1,0 \pm 0,1)$ ,  $s_{K_\beta} = (8,7 \pm 0,1)$ .

## Literatura

[1] I. Pelant, V. Kohlová, J. Fiala, J. Pospíšil, J. Fährnich: Fyzikální praktikum III: Optika, Matfyzpress, Praha 2005

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980