Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

Praktikum I – Mechanika a molekulová fyzika

Úloha č. XXI

Název: Měření tíhového zrychlení

Pracoval: Matyáš Řehák stud.sk.: 16 dne: 9.5.2008

Odevzdal dne: ....

Hodnocení:

Připomínky:

kapitola referátu	možný počet bodů	udělený počet bodů
Teoretická část	0 - 3	2
Výsledky měření	0 - 9	7
Diskuse výsledků	0 - 5	5
Závěr	0 - 2	2
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	17

Posuzoval:................................. dne: ....

Pracovní úkol

1) Změřte místní tíhové zrychlení g metodou reverzního kyvadla.

2) Změřte místní tíhové zrychlení g metodou matematického kyvadla

3) Vypočítejte chybu, které se dopouštíte idealizací reálného kyvadla v rámci modelu kyvadla matematického.

Teorie

Matematické a fyzické kyvadlo

Fyzické kyvadlo je těleso kývající se kolem osy neprocházející jeho těžištěm. Pro dobu kmitu, periodu, platí vztah [1]:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right), \tag{1}$$

kde *I* je moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení, *m* hmotnost kyvadla, *g* tíhové zrychlení, *d* vzdálenost těžiště od osy otáčení, *α* maximální úhlová výchylka těžiště z rovnovážné polohy.

Matematické kyvadlo je hmotný bod hmotnosti m umístěný na konci nehmotného závěsu délky *l*, volně otáčivého kolem osy procházející druhým koncem závěsu. Moment setrvačnosti takovéhoto kyvadla je:

$$I_M = ml^2. \tag{2}$$

Doba kmitu je z (1) a (2):

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right), \tag{3}$$

pro velmi male výchylky: jak malé? 1°, 5°, 10°?

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, T_F = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}. \tag{4}$$

s jakou přesností? 1 %, 1 ‰, 0,1 ‰?

Podmínky odvození (4) jsou přibližně splněny pro těžkou kouli kývající se s malým rozkmitem na lehkém a pevném vlákně. Pak můžeme z (4) měřením periody kmitu určit místní tíhové zrychlení:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T_M{}^2}. \tag{5}$$

Je třeba určit chybu způsobenou idealizací reálného kyvadla, proto vyjádříme moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení ze vztahů v [1] jako:

$$I = I_k + I_v = m_k\left(\frac{2}{5}r^2 + (L + r + h)^2\right) + \frac{1}{3}m_v L^2. \tag{6}$$

nezapočten vliv háčku

kde I_k je moment setrvačnosti koule a I_v moment setrvačnosti vlákna, m_k hmotnost koule, L délka vlákna, r poloměr koule, h délka háčku a m_v hmotnost vlákna. Za předpokladu malých výchylek lze ze vztahů (4) a (6) určit tíhové zrychlení jako:

$$g = \frac{4\pi^2\left[m_k\left(\frac{2}{5}r^2 + (L + r + h)^2\right) + \frac{1}{3}m_v L^2\right]}{T_F^2 (m_k + m_v)\underline{(L + r + h)}}. \tag{7}$$

není obecně těžištěm soustavy, pouze za předpokladu $m_v << m_k$

Reverzní kyvadlo

Kývá-li se fyzické kyvadlo se stejnou periodou kolem dvou rovnoběžných os, které nejsou symetricky položeny vzhledem k těžišti, je vzdálenost mezi osami nazývána redukovanou délkou fyzického kyvadla l_r [1]. Pro dobu kmitu fyzického kyvadla pak platí:

$$T_F = 2\pi\sqrt{\frac{l_r}{g}}, \tag{8}$$

Tedy tíhové zrychlení je:

$$g = \frac{4\pi^2 l_r}{T^2}. \tag{9}$$

V našem experimentu je reverzním kyvadlem tyč s dlouhým závažím na jednom konci. Tím je dosaženo nesymetrie těžiště vzhledem k osám. Na tyči jsou dva břity ve vzájemné vzdálenosti D, kolem kterých se může kyvadlo kývat. Posouváním závaží lze upravovat polohu těžiště tak, aby perioda kmitů byla pro oba břity shodná, poté platí: $D = l_r$.

Pomůcky

Reverzní kyvadlo, stojan , závěs, milimetrový papír, kulička (závaží), pravítko, posuvné měřidlo, pásmové měřidlo, analytické váhy, čítač G-2001.500.

Postup

Matematické kyvadlo

1) Posuvným měřidlem změříme průměr koule a délku háčku, pásmovým měřidlem délku závěsu. Zvážíme kouli a vlákno.
2) Kouli připevníme k vláknu a pověsíme na stojan.
3) Kyvadlo mírně vychýlíme z rovnovážné polohy a aktivujeme čítač.
4) Po uplynutí 10 kmitů čítač deaktivujeme.

Reverzní kyvadlo

1) Změříme dobu kmitu okolo obou břitů pro dvě různé polohy závaží
2) Metodou grafické interpolace popsané v [1] určíme polohu závaží, pro kterou je perioda kmitů pro obě polohy stejná.
3) Po upravení polohy závaží opět změříme dobu kmitu okolo obou břitů.
4) Pokud se perioda neshoduje, opakujeme 3)
5) Jakmile se periody shodují s dostatečnou přesností, změříme několikrát dobu 10 kmitů kyvadla

Výsledky měření

Matematické kyvadlo

Délka vlákna *L* byla určena jako (100,1 ± 0,1) cm

Tab.1: Perioda matematického kyvadla, kulička

	T_{10} [s]	T [s]	D [mm]	h [mm]
1	20,2625	2,02625	23,64	8,56
2	20,2592	2,02592	23,24	8,76
3	20,2655	2,02655	23,68	8,64
4	20,2664	2,02664	23,22	8,7
5	20,2665	2,02665	23,08	8,72
6	20,2558	2,02558	23,44	
7	20,2634	2,02634	23,20	
8	20,2652	2,02652	23,54	
9	20,2568	2,02568	23,50	
10	20,2642	2,02642	23,22	
Průměr		2,0263	23,4	8,7
Odchylka		0,0004	0,2	0,1

T_{10} – doba deseti kmitů kyvadla
T – perioda kyvadla
d – průměr kuličky
h – výška háčku

T = (2,0263 ± 0,0004) s

Tíhové zrychlení je určeno dle vztahu (5) jako (9,82 ± 0,01) m.s^{-2}.

$l = L + r + h = ?$

Reverzní kyvadlo

Vzdálenost mezi břity *D* byla stanovena jako (99,4 ± 0,1) cm

Tab. 2: Perioda reverzního kyvadla

x [mm]	Nahoře T_{10} [s]			Dole T_{10} [s]			T [s]
0	20,5320	20,5250	20,5304	20,1125	20,1242	20,1190	
46,10	18,5070	18,5061	18,5094	19,7554	19,7562	19,7534	
10,40	20,0157	20,0141	20,0142	20,0331	20,0406	20,0401	
12,50	19,9018	19,8987	19,9105	20,0116	20,0185	20,0181	
9,30	20,0587	20,0575	20,0597	20,0321	20,0349	20,0326	
9,80	20,0371	20,0342	20,0371	20,0429	20,0415	20,0425	
9,60	20,0496	20,0494	20,0482	20,0432	20,0446	20,0438	
Průměr	20,0491			20,0439			2,0046
Odchylka							0,0003

x – vzdálenost matice závaží od konce tyče (jen pro ilustraci), první 3 dvojice vzdáleností byly použity pro grafickou interpolaci dle [1]
T_{10} – doba deseti kmitů
Nahoře/Dole – poloha závaží související s tím, na kterém břitu bylo kyvadlo zavěšeno
T – perioda kmitů kyvadla

Tíhové zrychlení je určeno dle vztahu (9) jako (9,77 ± 0,01) m.s^{-2}.

Chyba matematického kyvadla

Hmotnost koule je (55,4827 ± 0,0002) g a hmotnost vlákna (129,0 ± 0,2) mg. Ze vztahu (7) bylo spočteno tíhové zrychlení jako (9,80 ± 0,01) m.s^{-2}. Tedy chyba idealizace reálného kyvadla je přibližně 0,2 %.

nezapočten vliv háčku

Diskuse

Hodnoty tíhového zrychlení byly ve všech případech určeny s velmi malou chybou, což je způsobeno velmi přesnými měřícími přístroji, zejména čítačem a analytickými vahami. Porovnáním s tabulkovou hodnotou tíhového zrychlení pro Prahu [2], 9,810769 m.s^{-2}, je zřejmé, že měření metodou matematického kyvadla (i v případě korekce na kyvadlo fyzické) bylo v rámci chyby přesné. V případě metody reverzního kyvadla tomu tak nebylo, leč naměřená hodnota se tabulkové velmi blíží.

U metody matematického resp. fyzického kyvadla mohou být případné chyby způsobeny nepřesným měřením délky závěsu, který je možno měřit pouze nepřesným pásový měřidlem, dále je možný vliv tření v místě závěsu a odpor vzduchu. Zřejmě jsou však tyto zdroje chyb pro naši přesnost měření zanedbatelné. Mohlo se také projevit zjednodušení vztahu (1) resp. (3) na vztah (4). Jelikož však výchylka kyvadla byla kolem 3 cm, což odpovídá úhlové výchylce méně než 2°, toto zjednodušení se na udaném počtu desetinných míst neprojeví.

U metody reverzního kyvadla byla jistá chyba způsobena nepřesným určením správné polohy závaží a rovněž určením vzdálenosti mezi břity. Na toto kyvadlo měl také pravděpodobně výraznější vliv odpor vzduchu. Úhlová výchylka byla u tohoto měření ještě nižší než u předchozího.

vliv tření v závěsu?

Závěr

Metodou reverzního kyvadla jsem změřil tíhové zrychlení (9,77 ± 0,01) $m.s^{-2}$. Metodou matematického kyvadla (9,82 ± 0,01) $m.s^{-2}$. Použitím modelu matematického kyvadla jsem se dopustil chyby přibližně 0,2 %.

?

Literatura

[1] D. Slavínská, I. Stulíková, P. Ostrý: Fyzikální praktikum I., SPN, Praha 1989

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980