

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## Praktikum I – Mechanika a molekulová fyzika

Úloha č. III

Název: Proudění viskózní kapaliny

Pracoval: Matyáš Řehák stud.sk.: 16 dne: 20.3.2008

Odevzdal dne: .....

**Hodnocení:**

Připomínky:

kapitola referátu	možný počet bodů	udělený počet bodů
Teoretická část	0 - 3	3
Výsledky měření	0 - 9	8
Diskuse výsledků	0 - 5	5
Závěr	0 - 2	2
Seznam použité literatury	0 - 1	1
<b>Celkem</b>	max. 20	<b>19</b>

Posuzoval:.....

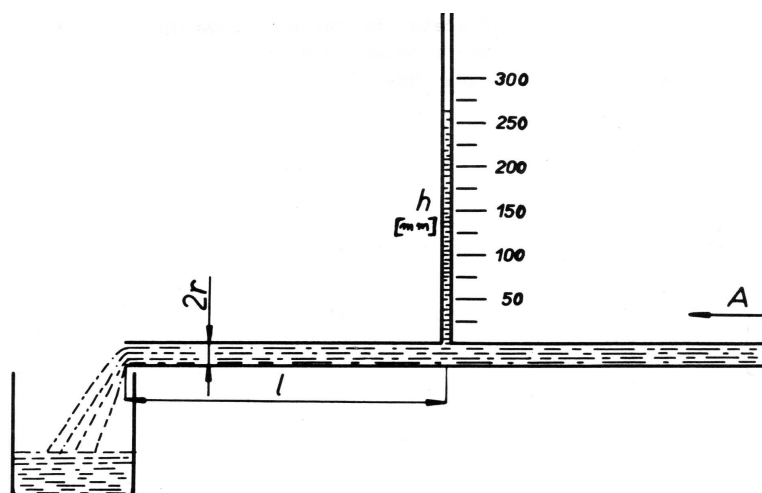
dne: .....

## Pracovní úkol

1. Pro tři vodorovné trubice s různými poloměry kruhového průřezu, které jsou opatřeny manometry, naměřte závislost objemového průtoku  $Q_v$  na úbytku statického tlaku  $\Delta p$  na vyšetřované délce trubice  $l$  ve směru proudění.
2. Sestrojte grafy závislosti  $Q_v = Q_v(p)$ . Do grafu také zakreslete teoretické křivky této závislosti plynoucí z Poiseuillovy rovnice
3. Ze směrnice závislosti  $Q_v = Q_v(p)$  v oblasti laminárního proudění určete poloměr trubice
4. Sestrojte graf závislosti  $k = k(Re)$ , kde  $k$  je součinitel odporu trubice a  $Re$  je Reynoldsovo číslo

## Teorie

Schématické znázornění aparatury:



Vodorovná trubice o vnitřním poloměru  $r$  je na konci A napojena na přítok vody s nastavitelnou rychlostí proudění. Ve vzdálenosti  $l$  od druhého konce je opatřena manometrickou trubicí. Úbytek statického tlaku  $\Delta p$  na délce  $l$  je úměrný výšce vodního sloupce v manometrické trubicí  $h$ :

$$\Delta p = h\rho g, \quad (1)$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny, v našem případě vody, a  $g$  je tíhové zrychlení. Kapalina z trubice vytéká do odměrného válce, ve kterém se měří objem  $V$  přitéklý za dobu  $t$ . Při střední rychlosti proudění  $v_s$ , pokud má Reynoldsovo číslo

$$R_e = \frac{r\rho v_s}{\eta} \quad (2)$$

hodnotu menší, než je kritická hodnota, je proudění laminární.  $\eta$  je dynamická viskozita kapaliny. Závislost objemového průtoku  $Q_v$  na  $\Delta p$  je při laminárním proudění dána Poisseuillovou rovnicí

$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta p \quad (3)$$

Zavedeme-li součinitel odporu trubice  $k$ , lze úbytek statického tlaku na délce trubice  $l$  vyjádřit vztahem

$$\Delta p = k \frac{l\rho v_s^2}{2r} \quad (4)$$

Pro objemový průtok platí:

$$Q_v = \pi r^2 v_s \quad (5)$$

Teoretická závislost součinitele odporu na rychlosti laminárního proudění je z rovnic (2) – (5)

$$k = \frac{16}{R_e}, \quad (6)$$

Pro turbulentní proudění je experimentálně zjištěná závislost pro trubice s hladkými stěnami:

$$k \approx \frac{0,133}{\sqrt[4]{R_e}} \quad (7)$$

## Pomůcky

Tři výtokové trubice s manometry, odpadová miska, stabilizátor tlaku vody, tři odměrné válce, teploměr, stopky, pásmové a posuvné měřidlo.

## Postup

- 1) Změříme délku trubic  $l$  pásmovým měřidlem a vnitřní průměr  $d$  posuvným měřidlem (tento pětkrát)
- 2) Pro různé rychlosti proudění měříme výšku  $h$  v manometru a čas  $t$ , za který vyteče objem  $V$
- 3) Postup opakujeme pro všechny trubice

## Výsledky měření

### Laboratorní podmínky

Teplota vzduchu v místnost: 25°C

Teplota vody: 23°C

Tlak vzduchu: 98,1 kPa

Relativní vlhkost vzduchu: 27%

### Závislost $Q_v$ na $\Delta p$ , $k$ na $R_e$

Nejmenší dílek pásmového měřidla: 1 mm

Nejmenší dílek posuvného měřidla: 0,1 mm

Tíhové zrychlení: 9,81 m.s<sup>-2</sup>

Hustota vody: 997 kg.m<sup>-3</sup>

Nejmenší dílek stopek: 0,2 s

Viskozita vody: 0,89.10<sup>-3</sup> Pa.s

Tab.1: Naměřený průměr a délka trubic, jejich chyby

	$d_i$ [mm]					$r$ [mm]	$\sigma_r$ [mm]	$l$ [mm]	$\sigma_l$ [mm]
Trubice 1	3,2	3,4	3,2	3,2	3,3	1,6	0,1	195	1
Trubice 2	2,3	2,4	2,2	2,2	2,3	1,1	0,1	250	1
Trubice 3	2,7	2,9	2,7	2,8	2,8	1,4	0,1	250	1

$d_i$  – jednotlivá měření průměru trubic

$r$  – poloměr trubic vypočtený z průměrné hodnoty průměru

$\sigma_r$  – chyba poloměru

$l$  – délka trubic

$\sigma_l$  – chyba délky

Tab. 2: Hodnoty pro první trubici

	h [mm]	$\Delta h$ [mm]	V [ml]	$\sigma_V$ [ml]	t [s]	$\Delta p$ [Pa]	$\sigma_{\Delta p}$ [Pa]	$Q_v$ [ml.s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_{Q_v}$ [ml.s <sup>-1</sup> ]	$k \cdot 10^3$	$\sigma_k \cdot 10^3$	$Re$	$\sigma_{Re}$
1	12	1	5	0,1	7,2	117	10	0,69	0,02	284	89	152	11
2	16	1	27	1	19,2	156	10	1,41	0,05	92	29	308	22
3	20	1	35	1	15,6	196	10	2,24	0,07	45	14	491	34
4	31	1	37	1	9,0	303	10	4,11	0,14	21	7	899	64
5	42	1	46	1	8,2	411	10	5,61	0,18	15	5	1227	85
6	51	4	98	2	15,6	499	39	6,28	0,15	15	5	1374	91
7	60	5	74	2	11,4	587	49	6,49	0,21	16	5	1420	98
8	75	5	92	2	13,6	734	49	6,76	0,18	19	6	1480	99
9	97	1	82	2	11,0	949	10	7,45	0,23	20	6	1631	112
10	112	1	82	2	10,0	1095	10	8,20	0,26	19	6	1794	124
11	131	1	102	2	11,4	1281	10	8,95	0,24	19	6	1957	131
12	154	1	90	2	9,4	1506	10	9,57	0,29	19	6	2095	144
13	168	1	92	2	9,0	1643	10	10,22	0,32	18	6	2236	154
14	176	1	86	2	8,6	1721	10	10,00	0,33	20	6	2188	152
15	195	1	94	2	8,2	1907	10	11,46	0,37	17	5	2508	174
16	201	1	90	2	8,2	1966	10	10,98	0,36	19	6	2401	167
17	217	1	94	2	7,8	2122	10	12,05	0,40	17	5	2636	184
18	227	1	94	2	7,8	2220	10	12,05	0,40	18	6	2636	184

$h$  – výška hladiny v manometru

$\Delta h$  – změna hladiny během experimentu

$V$  – přiteklý objem

$\sigma_V$  – nejmenší dílek stupnice odměrného válce

$t$  – čas, za který přitekla objem  $V$

$\Delta p$  – úbytek tlaku spočtený dle (1)

$\sigma_{\Delta p}$  – chyba  $\Delta p$  spočtená přenosem chyb

$Q_v$  – Objemový průtok

$\sigma_{Q_v}$  – chyba  $Q_v$  spočtená přenosem chyb

$k$  – součinitel odporu spočtený ze vztahů (4) a (5)

$\sigma_k$  – chyba  $k$  spočtená přenosem chyb

$Re$  – Reynoldsovo číslo spočtené ze vztahů (2) a (5)

$\sigma_{Re}$  – chyba  $Re$  spočtená přenosem chyb

Tab. 3: Hodnoty pro druhou trubici

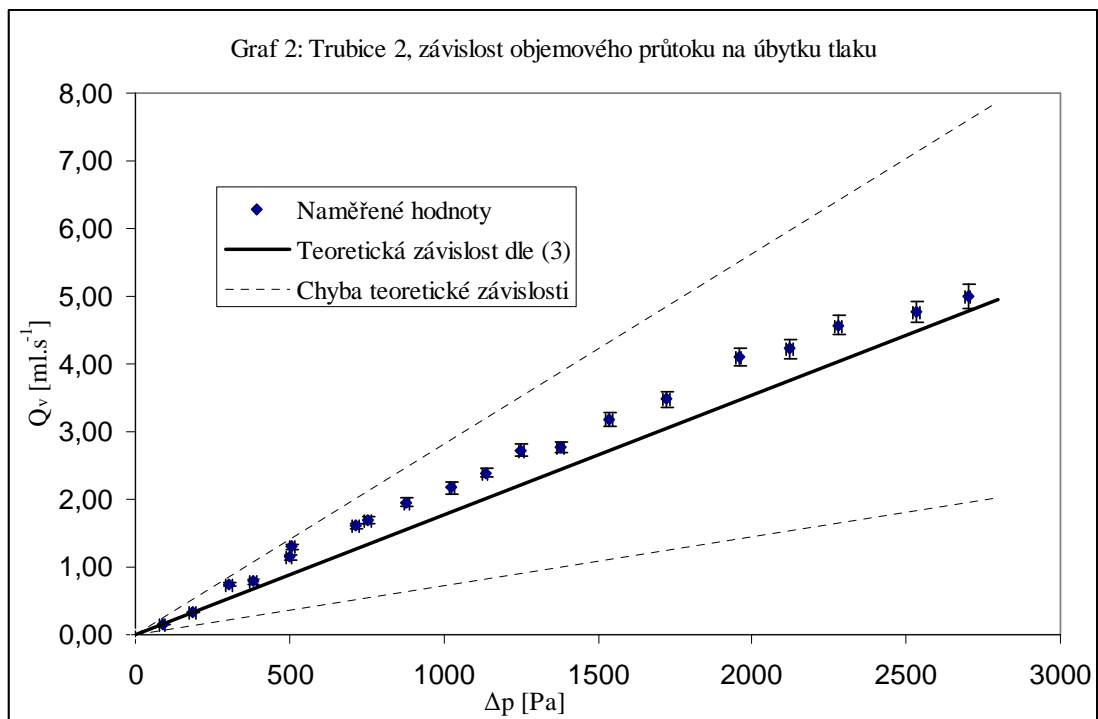
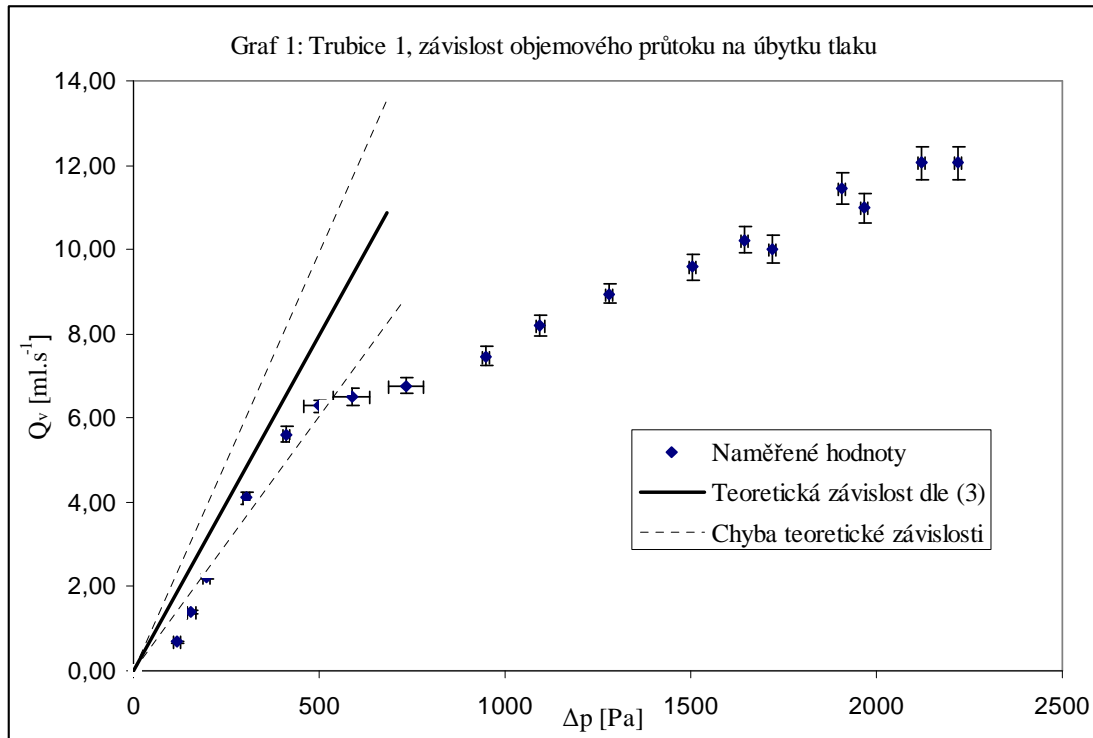
	h [mm]	$\Delta h$ [mm]	V [ml]	$\sigma_V$ [ml]	t [s]	$\Delta p$ [Pa]	$\sigma_{\Delta p}$ [Pa]	$Q_V$ [ml.s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_{Q_V}$ [ml.s <sup>-1</sup> ]	k.10 <sup>3</sup>	$\sigma_k \cdot 10^3$	$R_e$	$\sigma_{R_e}$
1	9	1	5	0,1	34,4	88	10	0,15	0,00	635	280	45	4
2	19	1	5	0,1	15,2	186	10	0,33	0,01	262	116	103	9
3	31	1	5	0,1	6,8	303	10	0,74	0,03	86	38	230	22
4	39	1	22	1	28,0	381	10	0,79	0,04	94	42	246	24
5	51	1	30	1	26,2	499	10	1,15	0,04	58	26	358	34
6	52	1	28	1	21,6	509	10	1,30	0,05	46	21	405	39
7	73	1	34	1	21,2	714	10	1,60	0,05	42	19	502	47
8	77	1	34	1	20,2	753	10	1,68	0,05	41	18	526	49
9	90	1	32	1	16,4	880	10	1,95	0,07	35	16	610	57
10	105	1	27	1	12,4	1027	10	2,18	0,09	33	15	681	66
11	116	1	42	1	17,6	1135	10	2,39	0,06	30	13	746	68
12	128	1	36	1	13,2	1252	10	2,73	0,09	26	11	853	80
13	141	1	36	1	13,0	1379	10	2,77	0,09	27	12	866	81
14	157	1	37	1	11,6	1536	10	3,19	0,10	23	10	998	93
15	176	1	41	1	11,8	1721	10	3,47	0,10	22	10	1087	101
16	200	1	41	1	10,0	1956	10	4,10	0,13	18	8	1282	120
17	217	1	38	1	9,0	2122	10	4,22	0,15	18	8	1321	124
18	233	1	43	1	9,4	2279	10	4,57	0,14	17	7	1431	133
19	259	1	41	1	8,6	2533	10	4,77	0,16	17	8	1491	140
20	276	1	38	1	7,6	2699	10	5,00	0,19	16	7	1564	149

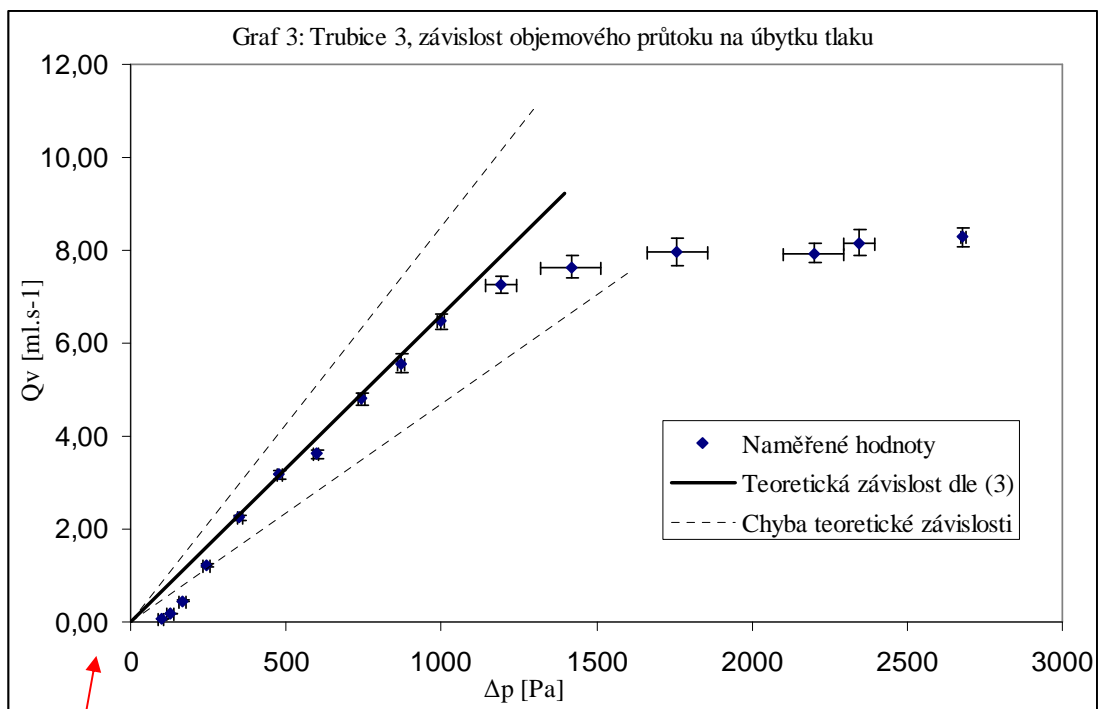
Popis viz. Tab. 1

Tab. 4: Hodnoty pro třetí trubici

	h [mm]	$\Delta h$ [mm]	V [ml]	$\sigma_V$ [ml]	t [s]	$\Delta p$ [Pa]	$\sigma_{\Delta p}$ [Pa]	$Q_V$ [ml.s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_{Q_V}$ [ml.s <sup>-1</sup> ]	k.10 <sup>3</sup>	$\sigma_k \cdot 10^3$	$R_e$	$\sigma_{R_e}$
1	10	1	5	0,1	58,2	98	10	0,09	0,00	5446	1971	22	2
2	13	1	5	0,1	26,2	127	10	0,19	0,00	1435	520	49	4
3	17	1	5	0,1	11,0	166	10	0,45	0,01	331	120	117	9
4	25	1	30	1	24,4	245	10	1,23	0,04	66	24	315	25
5	36	1	40	1	17,8	352	10	2,25	0,06	29	10	576	44
6	49	1	40	1	12,6	479	10	3,17	0,09	20	7	814	63
7	61	1	50	1	13,8	597	10	3,62	0,09	19	7	929	71
8	76	1	50	1	10,4	743	10	4,81	0,13	13	5	1233	95
9	89	1	68	2	12,2	870	10	5,57	0,19	12	4	1430	114
10	102	1	88	2	13,6	998	10	6,47	0,18	10	4	1660	128
11	122	5	90	2	12,4	1193	49	7,26	0,20	9	3	1862	143
12	145	10	78	2	10,2	1418	98	7,65	0,25	10	4	1962	155
13	180	10	70	2	8,8	1761	98	7,95	0,29	11	4	2041	165
14	225	10	100	2	12,6	2201	98	7,94	0,20	14	5	2036	155
15	240	5	80	2	9,8	2347	49	8,16	0,26	14	5	2094	165
16	274	1	106	2	12,8	2680	10	8,28	0,20	16	6	2124	161

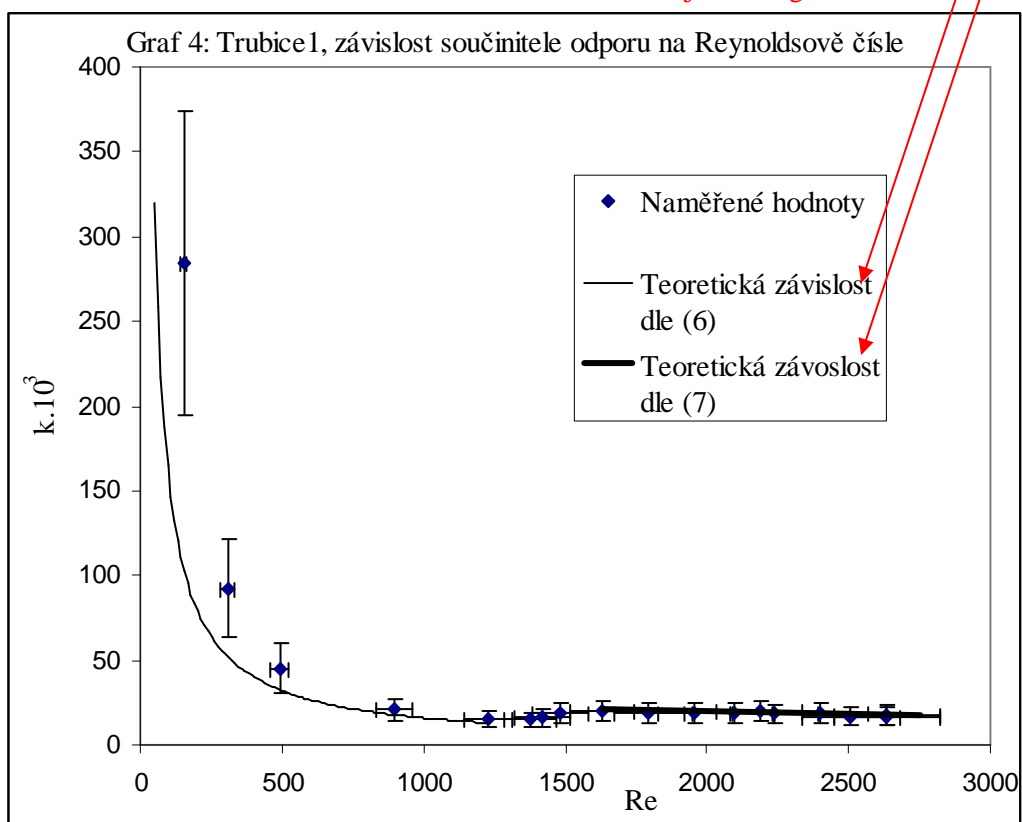
Popis viz. Tab. 1



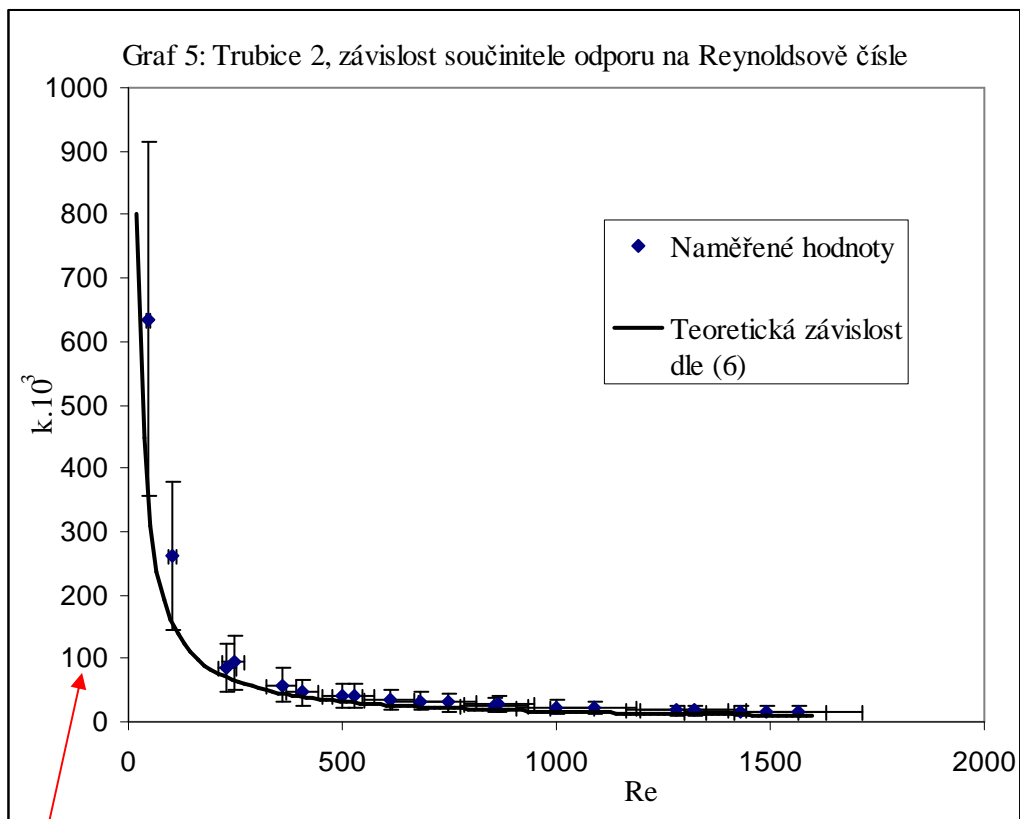


proč tu jsou ty nuly?

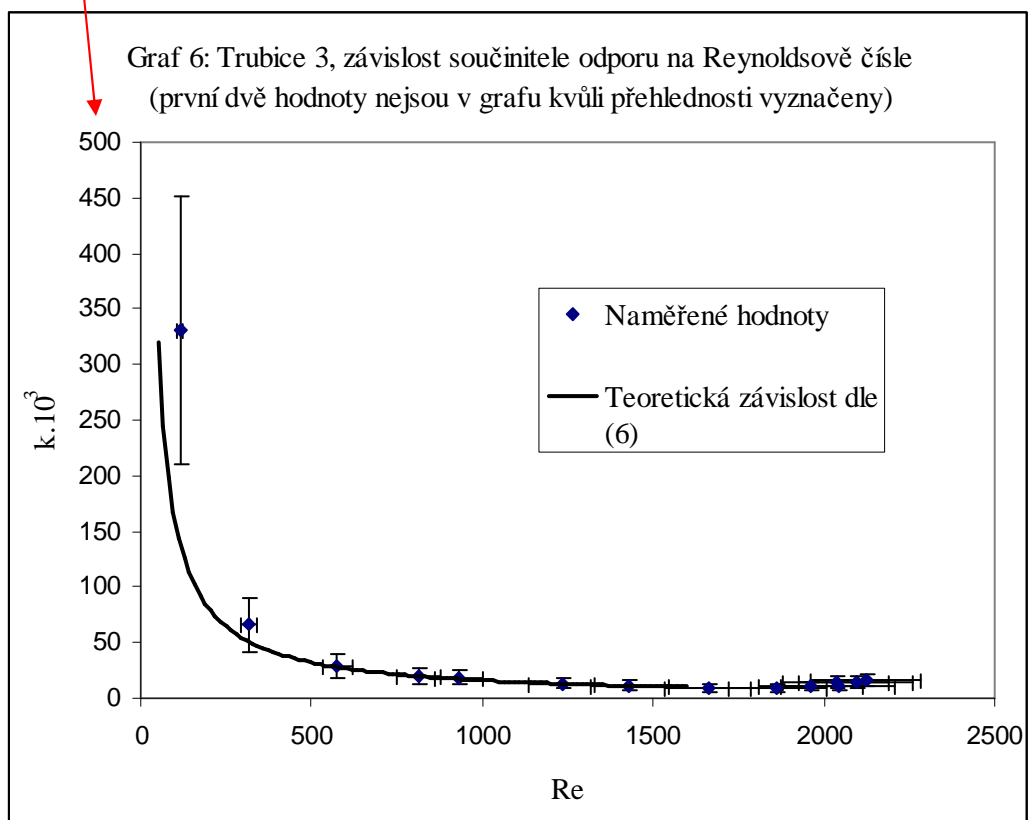
to je v tom grafu těžko rozlišitelné!







zbytečně hustý popis



## Diskuse

K měření průměru trubic bylo použito plastové posuvné měřidlo s dílkem 0,1 mm, takže byl změřen s poměrně velkou chybou. Při měření výšky hladiny v manometru vznikaly významné chyby zejména v oblastech mezi laminárním a turbulentním prouděním. Toto však nebylo příliš na škodu, protože tato oblast nebyla příliš velká a přesnější měření je z důvodu chaotického chování kapaliny pravděpodobně nemožné. Chybu měření času, danou reakční dobou experimentátora a systematickou chybou stopky, bylo možné snížit co nejdelším jímáním vody, o což jsem se snažil.

Z grafů je možné vyčíst povahu proudění. V trubici 1 bylo proudění zpočátku laminární a do jisté míry se závislost  $Q_v(\Delta p)$  shodoval s teoretickou hodnotou podle Poiseuillovy rovnice, toto platilo do  $Re \approx 1200$ . Poté následovala oblast nestabilního proudění a při  $Re \approx 1600$  začala kapalina proudit turbulentně. Závislost  $k(Re_c)$  byla naměřena při laminárním a zejména při turbulentním proudění ve shodě s rovnicemi (6) a (7). V trubici 2 bylo proudění pro všechny rychlosti laminární a obě závislosti se dobře shodovaly s teoretickými. V trubici 3 bylo zpočátku proudění laminární, až do  $Re \approx 1600$ . V této oblasti se s teoretickou velmi dobře shodovala zejména závislost  $Q_v(\Delta p)$ . Poté následovala nestabilní oblast proudění, která začala v turbulentní přecházet až při  $Re \approx 2100$ .

## Závěr

Podařilo se mi poměrně ve shodě s teorií (v oblasti laminárního proudění) určit závislost objemového průtoku na úbytku statického tlaku (grafy 1-3). Rovněž jsem určil závislost součinitele odporu trubice na Reynoldsově čísla, které se rovněž ve většině případů shoduje s teoretickými závislostmi (grafy 4-6). S pomocí grafů 1-3 a směrnice naměřené závislosti v oblasti laminárního proudění jsem určil poloměry trubic následovně:  $r_1 = 1,57$  mm,  $r_2 = 1,15$  mm,  $r_3 = 1,38$  mm.

## Literatura

[1] D. Slavínská, I. Stulíková, P. Ostrý: Fyzikální praktikum I., SPN, Praha 1989

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980

V textu jsem nenašel odvolávky na literaturu, ty je třeba citovat, když se s ní pracuje!